Thuật giải Strassen nhân 2 ma trận vuông cấp n x n

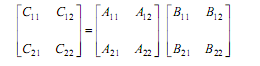
**Bài toán :**

***Naive Method***  
Following is a simple way to multiply two matrices.

|  |
| --- |
| void multiply(int A[][N], int B[][N], int C[][N])  {      for (int i = 0; i < N; i++)      {          for (int j = 0; j < N; j++)          {              C[i][j] = 0;              for (int k = 0; k < N; k++)              {                  C[i][j] += A[i][k]\*B[k][j];              }          }      }  } |

Time Complexity of above method is O(N3).

Đến cuối những năm 1960, Strassen đưa ra một giải pháp cải tiến thuật toán trên, nó có tính đột phá trong lịch sử của thuật toán chia để trị, thậm chí gây ngạc nhiên không kém thuật toán nhân số nguyên lớn được phát minh ở thập kỷ trước. ý tưởng cơ bản của thuật toán Strassen cũng tương tự như thuật toán trên. Ứng dụng thiết kế chia để trị, mỗi ma trận A, B, C ta chia thành 4 ma trận con và biểu diễn tích 2 ma trận AxB = C theo các ma trận con đó:



Trong đó :

C11= A11B11 + A12B21

C12= A11B12 + A12B22

C21 = A21B11 + A22B21

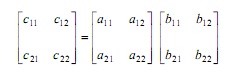
C22 = A21B12 + A22B22

Nếu theo cách nhân thông thường, thì cách chia để trị này dẫn đến công thưc truy hồi : T(n) = 8T(n/2) + O(n2). Đáng tiếc là kết quả này cho lời giải T(n) thuộc O(n3)

Nhưng theo khám phá của Strassen, chỉ cần 7 phép nhân đệ qui n/2x n/2 ma trận và O(n2) phép cộng trừ vô hướng theo công thức truy hồi :

T(n) = 7T(n/2) + 18 (n/2)2 ϵ O(nlg7 ) = O(n2.81)

Cụ thể, để nhân 2 ma trận vuông cấp 2 , theo Strassen chỉ cần 7 phép nhân và 18 phép cộng (trừ) các sô. Để tính :



- Đầu tiên tính 7 tích :

m1 = (a12 - a22 ) (b21 + b22)

m2 = (a11 + a22 ) (b11 + b22 )

m3= (a11- a21 ) (b11 + b12 )

m4 = (a11 + a12 ) b22

m5 = a11(b12 – b22 )

m6= a22 (b21 – b11 )

m7 = (a21 + a22 ) b11

- sau đó tính cijtheo công thức :

c11 = m1 + m2 – m4 + m6

c12 = m4 + m5

c21 = m6 + m7

c22 = m2 – m3 + m5 – m7

Mô tả thuật toán:

strass(a, b, c, n)

if ( n == 2 ) nhan2(a,b,c);

else

{

tach(a,a11,a12,a21,a22,n);

tach(b,b11,b12,b21,b22,n);

tach(c,c11,c12,c21,c22,n);

strass(a11,b11,d1,n/2);

strass(a12,b21,d2,n/2);

cong(d1,d2,c11,n/2);

strass(a11,b12,d1,n/2);

strass(a12,b22,d2,n/2);

cong(d1,d2,c12,n/2);

strass(a21,b11,d1,n/2);

strass(a22,b21,d2,n/2);

cong(d1,d2,c21,n/2);

strass(a21,b12,d1,n/2);

strass(a22,b22,d2,n/2);

cong(d1,d2,c22,n/2);

Hop(c11,c12,c21,c22,c,n);

}